

Correctievoorschrift HAVO
2023

voorbeeldexamen

wiskunde D

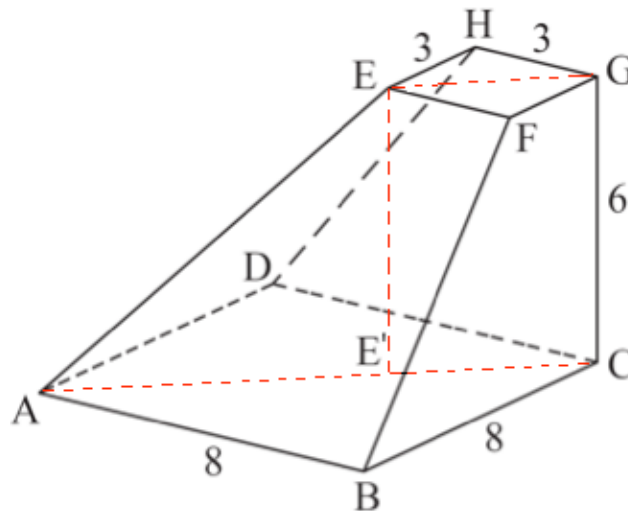
Beoordelingsmodel

vraag

antwoord

scores

Afgeknotte piramide



1 maximumscore 5

- de gevraagde hoek is EAE' , waarbij E' de projectie is van E op vlak $ABCD$ 1
- AE' is de diagonaal van een vierkant van 5 bij 5, dus $AG = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$ 1
- $\tan(\angle EAE') = \frac{6}{5\sqrt{2}}$ 1
- de gevraagde hoek is (ongeveer) 40° 1

of

- de gevraagde hoek is EAC 1
- $EG = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ en $AC = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$ 1
- $\tan(\angle EAC) = \frac{6}{\sqrt{128} - \sqrt{18}} (\approx 0,8485)$ 1
- de gevraagde hoek is (ongeveer) 40° 1

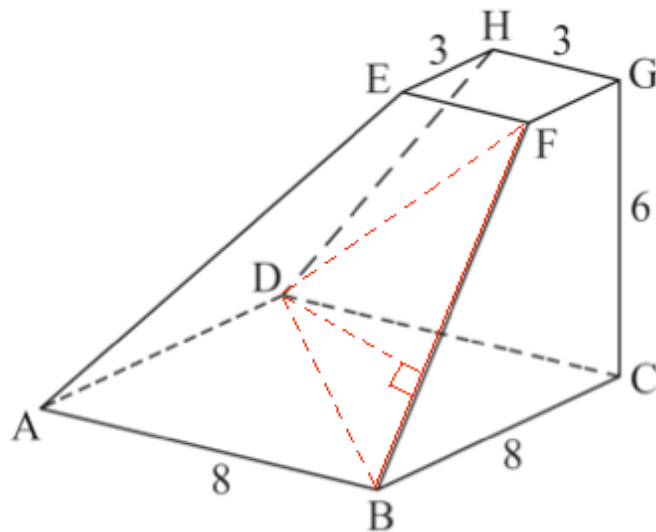
of

- de gevraagde hoek is TAC in de niet afgeknotte piramide met top T 1
- de hoogte van de niet afgeknotte piramide is $\frac{48}{5} = 9\frac{3}{5}$ 1
- $\tan(\angle TAC) = \frac{9\frac{3}{5}}{\sqrt{128}} (\approx 0,8485)$ 1
- de gevraagde hoek is (ongeveer) 40° 1

vraag

antwoord

scores



2 maximumscore 5

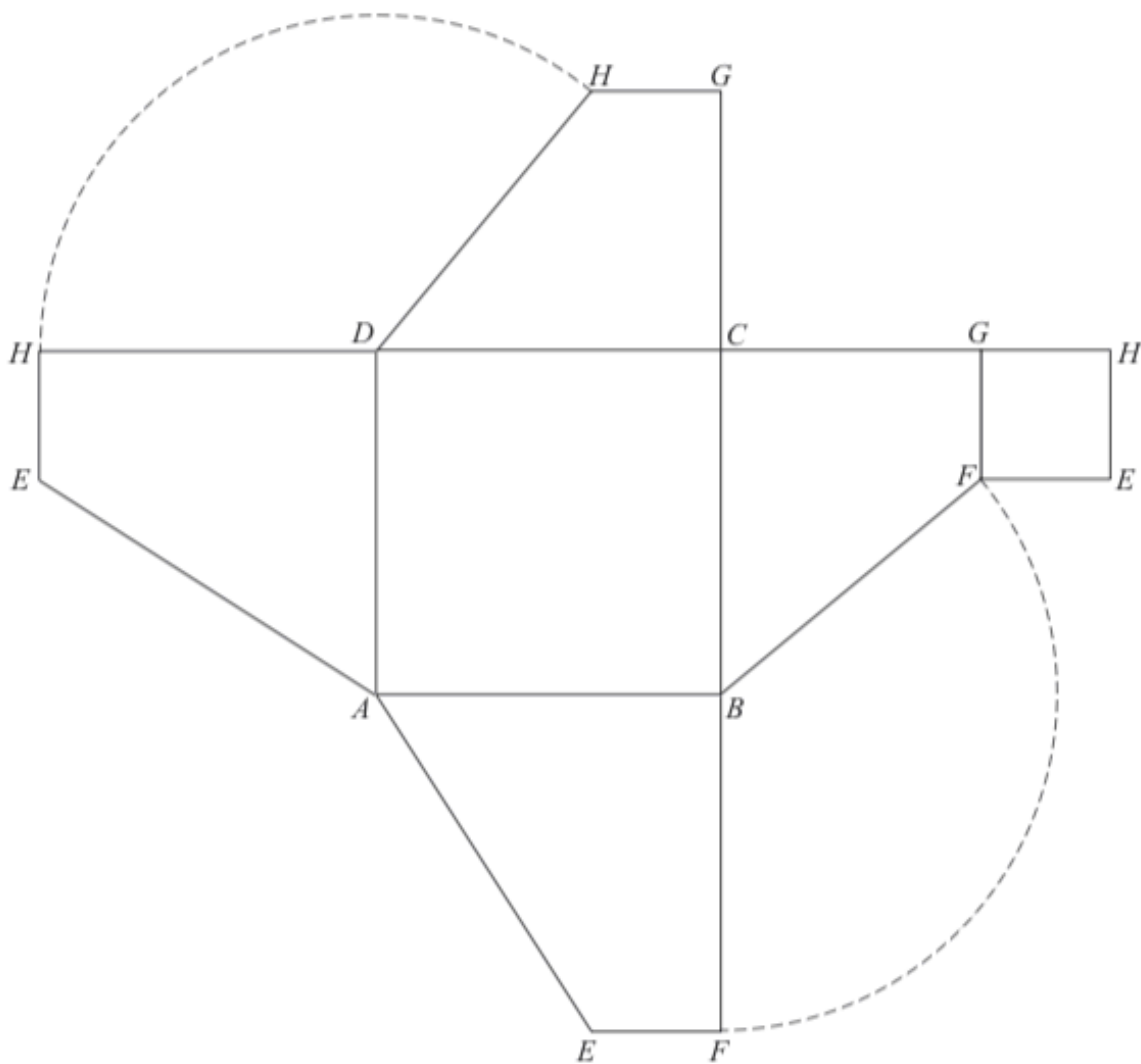
- $BD = \sqrt{128}$, $BF = \sqrt{61}$ en $DF = \sqrt{109}$ 1
- $DF^2 = BD^2 + BF^2 - 2 \cdot BD \cdot BF \cdot \cos(\angle DBF)$ 1
- $\cos(\angle DBF) = \frac{109 - 128 - 61}{-2 \cdot \sqrt{128} \cdot \sqrt{61}} \approx 0,4527\dots$ 1
- $\angle DBF \approx 63^\circ$ 1
- $d(D, BF) = \sqrt{128} \cdot \sin(63^\circ) \approx 10,1$ 1

vraag	antwoord	scores
-------	----------	--------

3 maximumscore 5

- | | |
|---|---|
| • het ondervlak $ABCD$ en het bovenzvlak $GFHE$ | 1 |
| • de zijvlakken $DCGH$ en $BCGF$ | 1 |
| • de zijvlakken $ADHE$ en $AEFB$ | 2 |
| • alle letters erbij gezet | 1 |

een voorbeeld van een juiste uitslag:



4 maximumscore 4

- | | |
|---|---|
| • de hoogte van de niet afgeknotte piramide is $\frac{48}{5} = 9\frac{3}{5}$ | 1 |
| • de inhoud is $\frac{1}{3} \cdot 64 \cdot 9\frac{3}{5} - \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 3\frac{3}{5}$ | 2 |
| • het antwoord 194 | 1 |

vraag

antwoord

scores

Conditietest

5 maximumscore 6

- het tekenen van de cumulatieve percentages op het normaal waarschijnlijkheidspapier 2
- de punten liggen bij benadering op een rechte lijn (dus is er sprake van een normale verdeling) 1
- het aflezen van μ bij 50% geeft $\mu = 9,3$ 1
- het aflezen van $\mu + \sigma$ bij 84% ($\mu - \sigma$ bij 16%) geef $\mu + \sigma = 11,4$ 1
- de conclusie dat $\sigma = 2,1$ 1

6 maximumscore 4

- Beschrijven hoe de kans $P(X > 9,94)$ met $\mu = 7,4$ en $\sigma = 2,0$ met de GR kan worden berekend 1
- $P(X > 9,94) \approx 0,102$ 1
- Dit geeft voor twee jongens een kans van $0,102^2$ 1
- Het antwoord: (ongeveer) 0,01 1

7 maximumscore 4

- Het gemiddelde is normaal verdeeld met $\mu = 8,0$ en $\sigma = \frac{2,0}{\sqrt{100}} = 0,2$ 2
- Beschrijven hoe de kans $P(7,9 < X < 8,1)$ met $\mu = 8,0$ en $\sigma = 0,2$ met de GR kan worden berekend 1
- Het antwoord: (ongeveer) 0,38 1

8 maximumscore 4

- X (score 13 jarige) $>$ Y (score 14 jarige) als $V = X - Y > 0$ 1
- $V = X - Y$ is normaal verdeeld met $\mu = -0,6$ en $\sigma = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$ 1
- Beschrijven hoe de kans $P(V > 0)$ met $\mu = -0,6$ en $\sigma = \sqrt{32}$ met de GR kan worden berekend 1
- Het antwoord: (ongeveer) 0,46 1

vraag	antwoord	scores
-------	----------	--------

Onder een grafiek

9 maximumscore 4

- opgelost moet worden $e^{-p^2} = 2p$ 1
- beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- $p \approx 0,42$ 1
- de oppervlakte van het vierkant is (ongeveer) 0,7 1

10 maximumscore 5

- voor de oppervlakte $O(p)$ van de rechthoek geldt $O(p) = 2p \cdot e^{-p^2}$ 1
- $O'(p) = 2 \cdot e^{-p^2} + 2p \cdot e^{-p^2} \cdot -2p$ 2
- $O'(p) = 0$ geeft $2 - 4p^2 = 0$ 1
- het antwoord $p = \sqrt{\frac{1}{2}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

vraag

antwoord

scores

Leugendetector

11 maximumscore 4

- Het aantal fouten is binomiaal verdeeld met $n = 200$ en $p = 0,25$ 1
- De gevraagde kans is $P(X \geq 40) = 1 - P(X \leq 39)$ 1
- Beschrijven hoe deze kans met de GR kan worden berekend 1
- Het antwoord is 0,9595 1

12 maximumscore 3

- Van de 16 leugenaars zullen er naar verwachting 12 correct herkend worden. 1
- Van de 84 waarheidsprekers zullen er naar verwachting 77 correct herkend worden. 1
- De betrouwbaarheid is $\frac{12+77}{100} = 0,89$ (of: 89%) 1

13 maximumscore 4

- De leugenaars kunnen op $\binom{16}{2}$ manieren worden gekozen 1
- De eerlijke mensen kunnen op $\binom{84}{3}$ manieren worden gekozen 1
- In totaal zijn er $\binom{16}{2} \cdot \binom{84}{3}$ manieren 1
- Het antwoord is 11 434 080 manieren 1

14 maximumscore 5

- de hypothesen $H_0: p = 0,916$ en $H_1: p > 0,916$ 1
- de overschrijdingskans $P(X \geq 834 \mid p = 0,916 \text{ en } n = 900)$ 1
- beschrijven hoe deze kans met de GR kan worden berekend 1
- de uitkomst (ongeveer) 0,1362 (of 0,14) 1
- de conclusie: $0,14 > 0,05$, dus H_0 wordt niet verworpen, er is niet voldoende aanleiding 1

vraag

antwoord

scores

een afgeknotte balk

15 maximumscore 5

- $EG^2 = DE^2 + DG^2 - 2 \cdot DE \cdot EG \cdot \cos(\angle EDG)$ 1
- $\cos(\angle EDG) = \frac{DE^2 + DG^2 - EG^2}{2 \cdot DE \cdot DG}$ 1
- $\cos(\angle EDG) = \frac{34 + 41 - 51}{2 \cdot \sqrt{34} \cdot \sqrt{41}}$ 1
- $\cos(\angle EDG) = 0,321\dots$ 1
- $\angle EDG \approx 71^\circ$ 1

of

- $\overrightarrow{DE} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ en $\overrightarrow{DG} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}$ 1
- $\cos(\angle EDG) = \frac{\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}}{\left| \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix} \right|}$ 1
- $\cos(\angle EDG) = \frac{12}{\sqrt{34} \cdot \sqrt{41}}$ 1
- $\cos(\angle EDG) = 0,321\dots$ 1
- $\angle EDG \approx 71^\circ$ 1

16 maximumscore 4

- Het vlak $DEFG$ snijdt de assen in $D(0,0,9)$, $S(15,0,0)$ en $D(0,11\frac{1}{4},0)$ 2
- De assenvergelijking is in $\frac{x}{15} + \frac{y}{11\frac{1}{4}} + \frac{z}{9} = 1$ 1
- Een vergelijking van het vlak is $3x + 4y + 5z = 45$ 1

vraag

antwoord

scores

17 maximumscore 4

- Vlak $ACGE$ heeft als vergelijking $x + y = 5$ 1
- Lijn BD heeft als vectorvoorstelling $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 9 \end{pmatrix}$ 1
- Lijn BD snijdt vlak $ACGE$ als $5 - 5\lambda + 5 - 5\lambda = 5$, dus $\lambda = \frac{1}{2}$ 1
- $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\frac{1}{2} \\ 2\frac{1}{2} \\ 4\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ S is het punt $S(2\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2})$ 1

of

- Lijn BD ligt in het vlak $OBFD$ 1
- De vlakken $ACGE$ en $OBFD$ snijden bij $S(2\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, z)$ 1
- Lijn BD snijdt het vlak $ACGE$ op de helft van BD 1
- S is het punt $S(2\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2})$ 1